

Lineare Algebra I

Blatt 3

1 | Linkskringelnd

Eine Abbildung $f: A \rightarrow B$ mit nicht-leerem Definitionsbereich A ist genau dann injektiv, wenn sie ein Linksinverses besitzt, wenn es also eine Abbildung $A \leftarrow B : g$ gibt, für die gilt $g \circ f = \text{id}_A$. Eine Abbildung ist surjektiv genau dann, wenn sie ein Rechtsinverses besitzt.

2 | Gleichmacherei

Untenstehend sind einige Relationen auf \mathbb{Z} angegeben. Welche sind symmetrisch? Welche reflexiv? Welche transitiv? Welche sind Äquivalenzrelationen, und was sind in diesen Fällen die Äquivalenzklassen?

- (a) $x \sim y :\Leftrightarrow xy \geq 0$
- (b) $x \sim y :\Leftrightarrow x + y \geq 0$
- (c) $x \sim y :\Leftrightarrow x^3 = y^3$
- (d) $x \sim y :\Leftrightarrow (x - 2)^2 = (y - 2)^2$
- (e) $x \sim y :\Leftrightarrow 5 \text{ teilt } x - y$
- (f) $x \sim y :\Leftrightarrow x \text{ teilt } y$

3 | Census I

Sei M eine endliche Menge mit n Elementen. Wie viele Relationen existieren auf M ? Wie viele dieser Relationen sind symmetrisch, wie viele reflexiv? Wie viele Äquivalenzrelationen existieren auf M für $n \leq 4$?

★ Census II

Wie viele reflexive, transitive Relationen gibt es auf einer Menge mit drei Elementen?

Lösungen zu ★-Aufgaben werden weder korrigiert noch gewertet. Sie werden aber in den Übungen besprochen.

4 | Kleines 1 x 1

Die Symmetriegruppe S_{\square} eines Quadrats besteht aus vier Drehungen d_i um einen der Winkel $i \cdot \frac{\pi}{2}$ ($i \in \{0, \dots, 3\}$) und vier Spiegelungen: s_x (Spiegelung an der x -Achse), s_y (Spiegelung an der y -Achse), s_d (Spiegelung an der Diagonalen) und s_n (Spiegelung an der Nebendiagonalen). Was ist jeweils die Verknüpfung zweier dieser Elemente in S_{\square} ?

Bitten werfen Sie Ihre Lösungen in die dafür vorgesehenen Briefkästen in Gebäude 25.22., Etage 00, ein. Es gibt für jede Aufgabe einen separaten Briefkasten. Versehen Sie jede Lösung mit Ihrem Namen, der Nummer Ihrer Übungsgruppe **und mit der ID-Nummer, die Sie mit den korrigierten Lösungen zu Blatt 1 erhalten werden/erhalten haben**. Abgabefrist: Mittwoch, der 10. Mai, 10:30 Uhr.